Aufgabe 14:

Eine zentrische Kurbelschwinge nach Bild 204.a ist zu untersuchen. Bezogen auf die Koppel als Einheit ist die Kurbel mit $\lambda = 0{,}3$ gegeben, sowie außerdem der Winkel zwischen den beiden Totlagen der Schwinge mit $\psi = 40°$.

Zu berechnen sind die Längen γ und δ. Außerdem sind die Grenzwerte des Übertragungswinkels μ und des Ablenkwinkels α zu bestimmen.

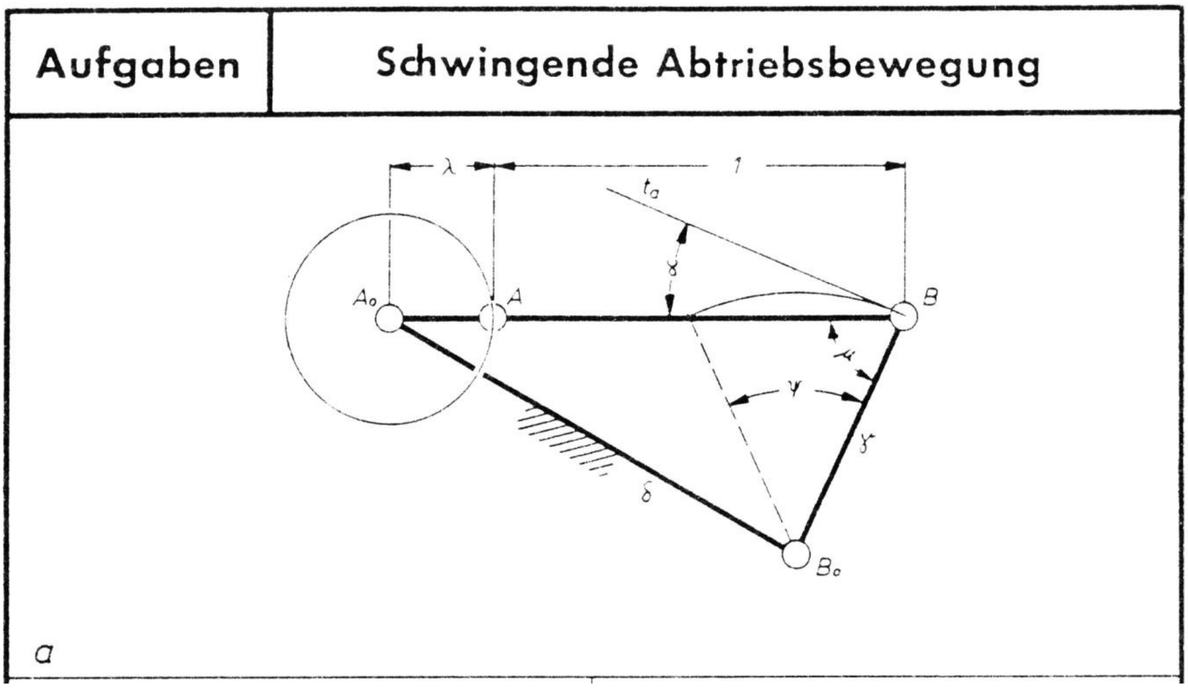


Abbildung 1: Aufgabenstellung

Gegeben: $\lambda = 0{,}3$, $\psi = 40°$

$L_{Koppel} = 1$

Gesucht: Strecke γ; δ

Winkel μ, μ^*, α, α^*

Lösung:

Alle Grenzwinkel können durch die Strecklagen bestimmt werden, wobei die Strecklage den Totlagen von Punkt B entspricht. Die Totlagen von Punkt B bilden ein gleichschenkliges Dreieck mit den Punkten B_0, B und B^*, da B^*auf der Strecke $\overline{AB}$ liegt. Die Strecke $\overline{BB^*}$ entspricht $2 \times \lambda$. Des Weiteren ist der Winkel $\psi = 40°$ in diesem Dreieck bekannt.

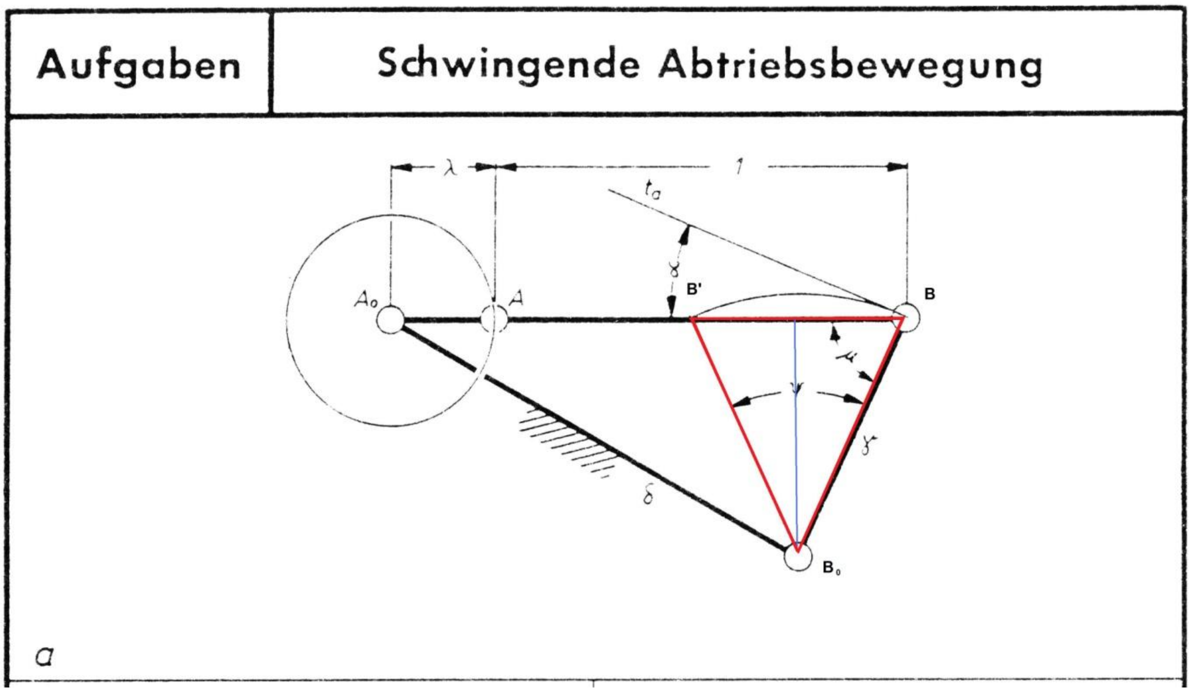
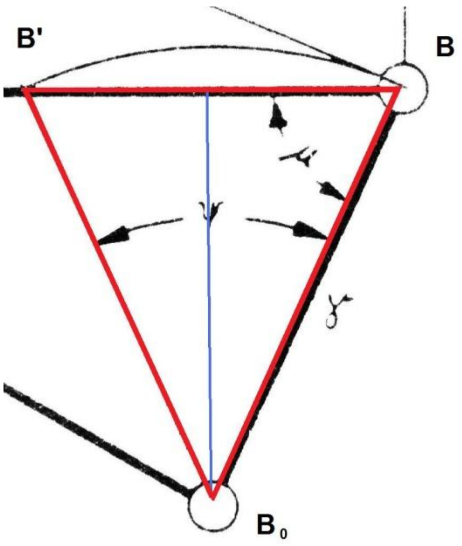


Abbildung 2: Dreieck durch Totlagen des Punktes B

Zeichnet man die Mittelsenkrechte auf die Strecke $\overline{BB^*}$ ein, erhält man ein rechtwinkliges Dreieck. In diesem Dreieck ist die Strecke $\frac{\overline{BB^*}}{2} = \lambda$ bekannt. Außerdem der Winkel $\frac{\psi}{2} = 20°$.



Mit Hilfe des Innenwinkelsatzes kann μ bestimmt werden.

$$\underline{\underline{\mu}} = 180^\circ - 90^\circ - \psi = 90^\circ - 20^\circ \underline{\underline{= 70^\circ}}$$

Da es sich bei μ und μ^* um ein Winkelpaar an einer Gerade handelt, kann der Nebenwinkel μ^* bestimmt werden.

$$\mu + \mu^* = 180^\circ$$

$$\underline{\underline{\mu^*}} = 180^\circ - \mu = 180^\circ - 70^\circ \underline{\underline{= 110^\circ}}$$

Abbildung 3: Dreieck B^*,B, B_0

Diese beiden Winkel können auch im Programm SAM 6.0 abgelesen werden.

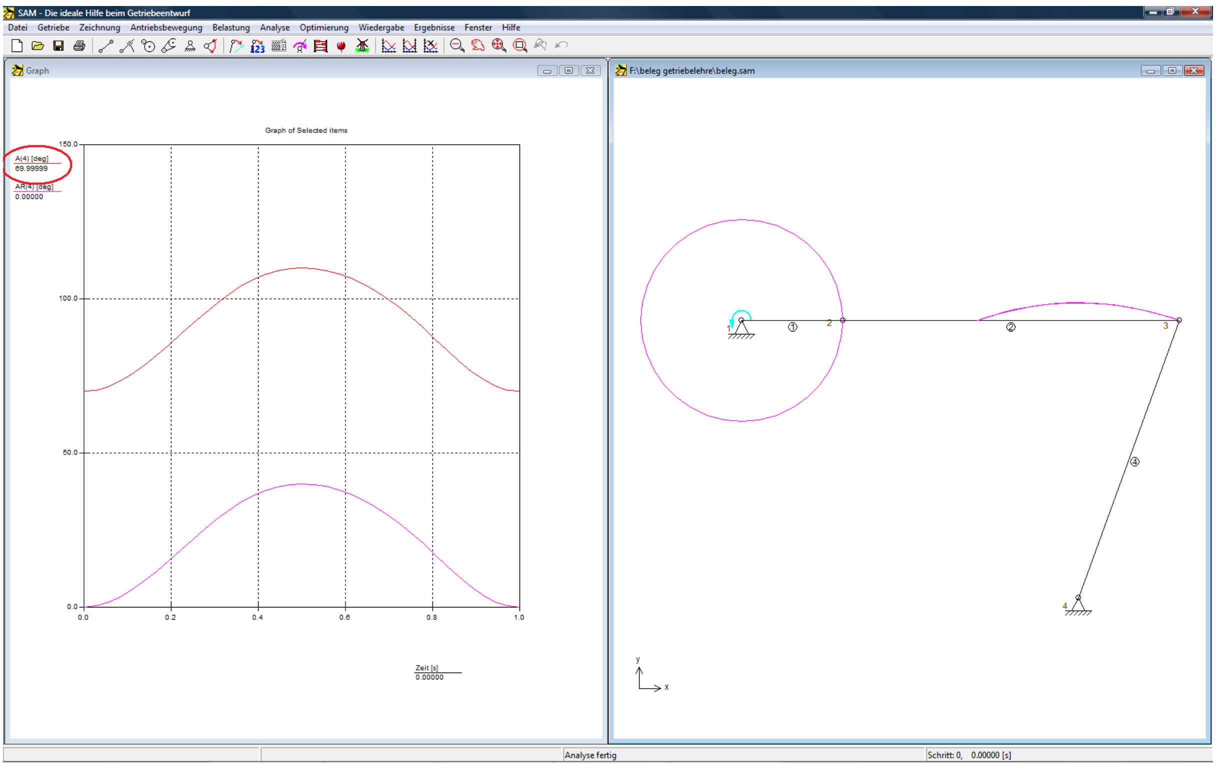


Abbildung 4: Strecklage1 bzw. Totlage B

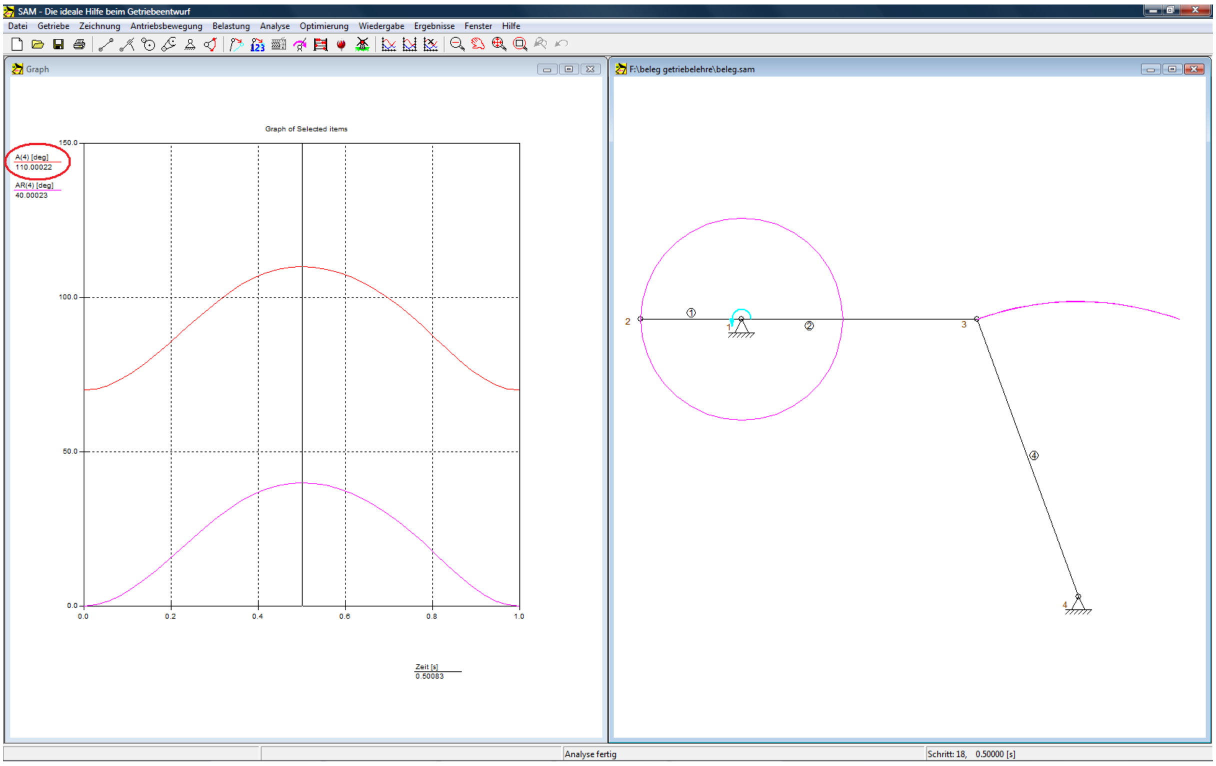


*Abbildung 5: Strecklage 2 bzw. Totlage B**

Bei der Darstellung in SAM 6.0 ergeben sich folgende abweichende Bezeichnungen:

Gelenkpunkt 1	A_0
Gelenkpunkt 2	A
Gelenkpunkt 3	B
Gelenkpunkt 4	B_0
Element 1	λ
Element 2	Koppel = 1
Element 3	γ

Die gelagerte Strecke δ entfällt, da die Lagerung bei SAM 6.0 über die Gelenkpunkte 1 und 4 erfolgt.

Über die Sinusbeziehung im rechtwinkligem Dreieck kann die Strecke γ (Hypotenuse) bestimmt, da die Gegenkathete des Winkels $\frac{\psi}{2} = 20°$ mit $\lambda = 0{,}3$ bekannt ist.

$$\sin\frac{\psi}{2} = \frac{\lambda}{\gamma}$$

$$\underline{\underline{\gamma}} = \frac{\lambda}{\sin\frac{\psi}{2}} = \frac{0{,}3}{\sin 20°} \underline{\underline{= 0{,}877}}$$

In dem in der Aufgabenstellung dargestellten allgemeinen Dreieck mit den Punkten A_0, B_0 und B kann durch Anwendung des Kosinussatzes die Strecke δ bestimmt werden.

$$\delta^2 = \gamma^2 + (1+\lambda)^2 - 2 \times \gamma \times (1+\lambda) \times \cos\mu$$

$$\delta^2 = \left(\frac{\lambda}{\sin\frac{\psi}{2}}\right)^2 + (1+\lambda)^2 - 2 \times \left(\frac{\lambda}{\sin\frac{\psi}{2}}\right) \times (1+\lambda) \times \cos\mu$$

$$\delta = \sqrt{\left(\frac{0{,}3}{\sin\frac{40°}{2}}\right)^2 + (1+0{,}3)^2 - 2 \times \left(\frac{0{,}3}{\sin\frac{40°}{2}}\right) \times (1+0{,}3) \times \cos 70°}$$

$$\underline{\underline{\delta = 1{,}296}}$$

Der Ablenkwinkel α berechnet sich aus der absoluten Bewegungsrichtung t_a des Punktes B zur Koppelgeraden. Die Bewegungsrichtung t_a ist immer tangential zur Strecke δ ($\overline{BB_0}$). Die Maximalwerte ergeben sich, wenn die Strecke $\overline{AA_0}$ und $\overline{A_0B_0}$ paralell sind. Der Winkel β kann in den sich ergebenden Dreiecken über den Kosinussatz berechnet werden. Der Ablenkwinkel α wird dabei indirekt über den Winkel β berechnet.

Dreieck 1:

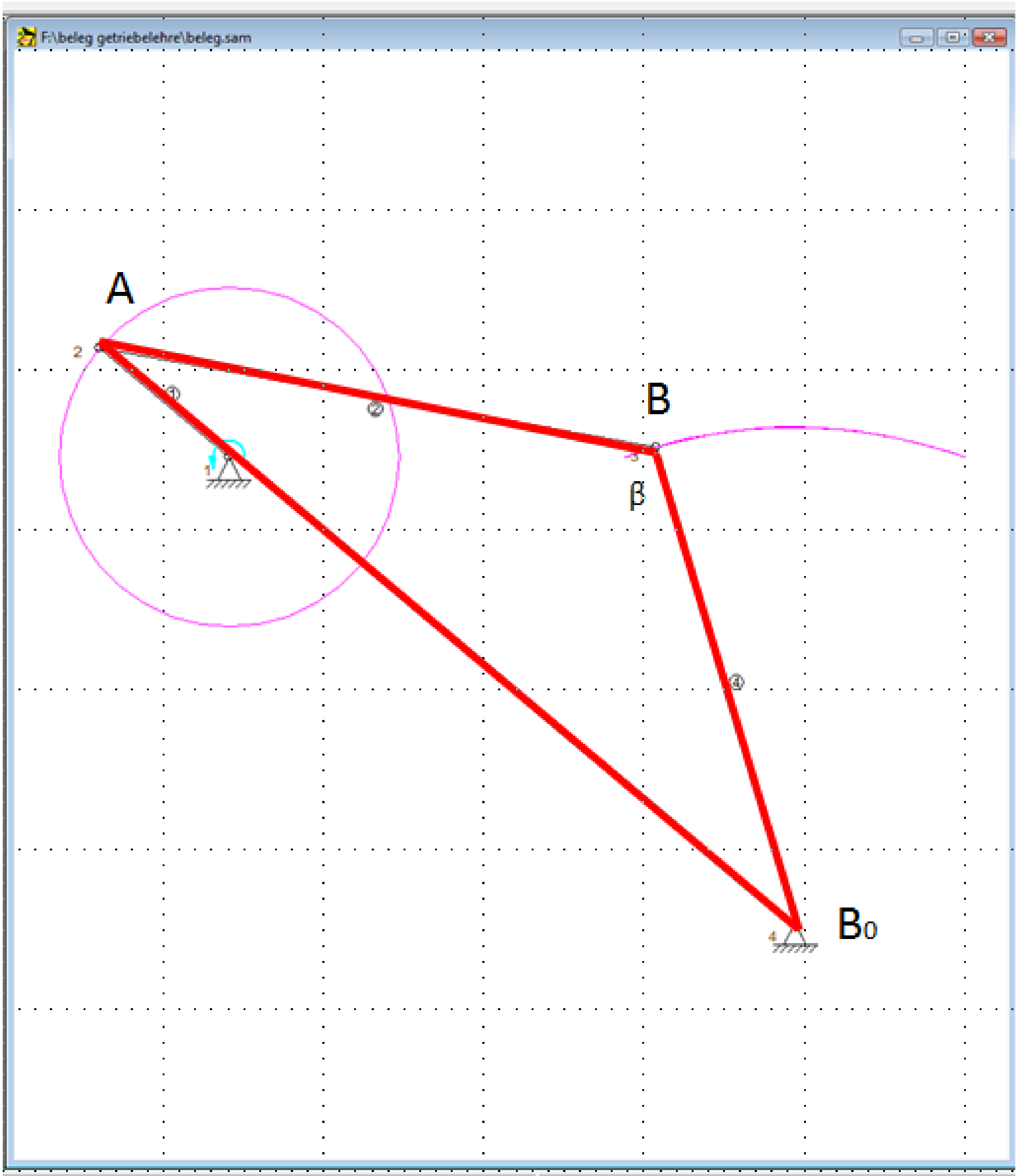


Abbildung 6: Dreieck 1 zur Berechnung von Ablenkwinkel α

Mit $\overline{AB_0} = \lambda + \delta$, $\overline{AB} = 1$, $\overline{BB_0} = \gamma$ und $\alpha = \beta - 90°$.

Dreieck 2:

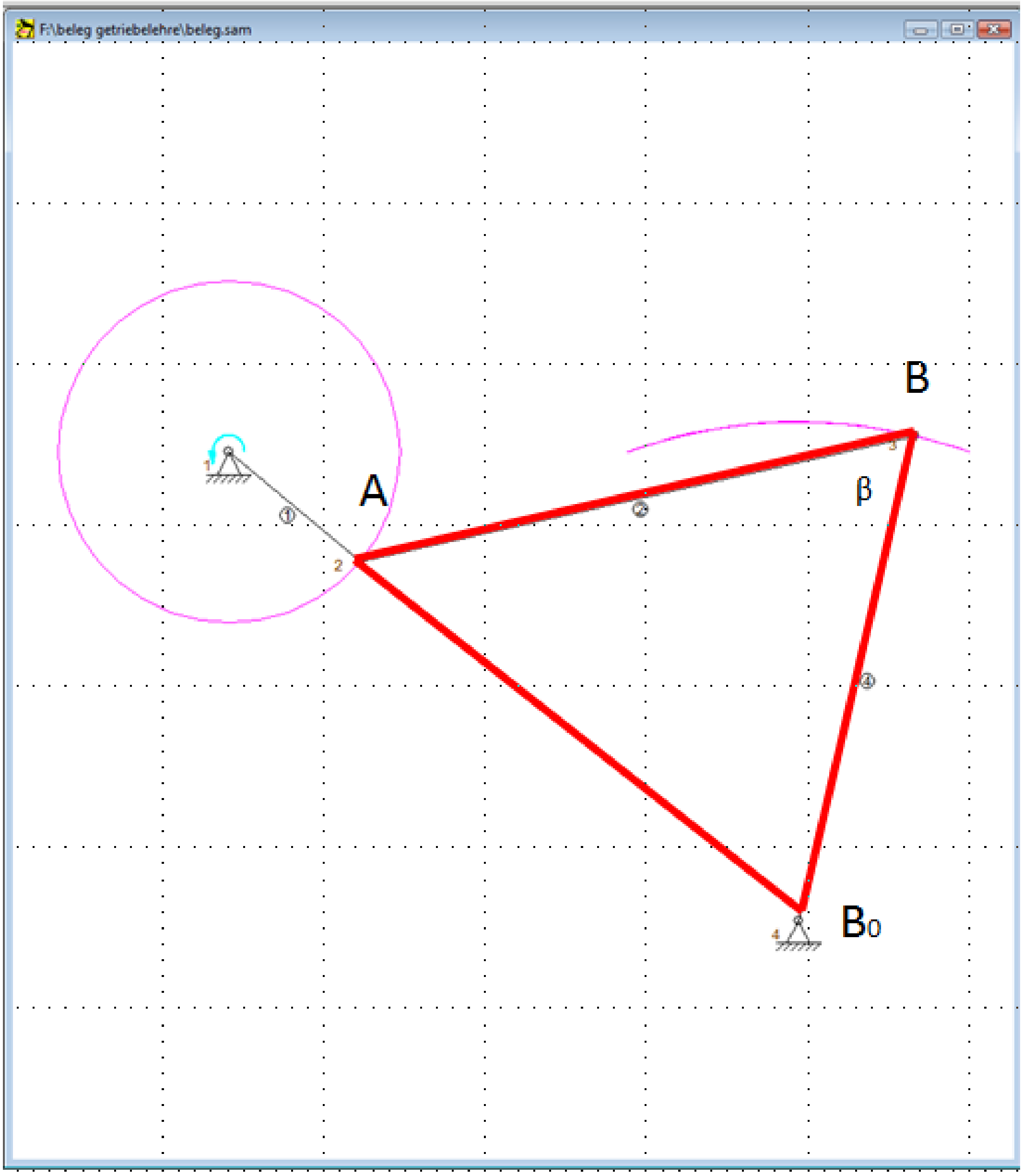


Abbildung 7: Dreieck 2 zur Berechnung von Ablenkwinkel α^*

Mit $\overline{AB_0} = \delta - \lambda$, $\overline{AB} = 1$, $\overline{BB_0} = \gamma$ und $\alpha = 180° - 90° - \beta$.

Kosinussatz:

$$\overline{AB_0}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BB_0}^2 - 2 \times \overline{AB} \times \overline{BB_0} \times \cos\beta$$

$$2 \times \overline{AB} \times \overline{BB_0} \times \cos\beta = \overline{AB}^2 + \overline{BB_0}^2 - \overline{AB_0}^2$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{\overline{AB}^2 + \overline{BB_0}^2 - \overline{AB_0}^2}{2 \times \overline{AB} \times \overline{BB_0}}\right)$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\overline{AB}^2 + \overline{BB_0}^2 - \overline{AB_0}^2}{2 \times \overline{AB} \times \overline{BB_0}}\right) - 90°$$

$$\underline{\underline{\alpha}} = \cos^{-1}\left(\frac{1^2 + 0{,}877^2 - 1{,}596^2}{2 \times 1{,}3 \times 0{,}877}\right) - 90° \underline{\underline{= 19{,}952°}}$$

$$\alpha^* = 180° - 90° - \cos^{-1}\left(\frac{\overline{AB}^2 + \overline{BB_0}^2 - \overline{AB_0}^2}{2 \times \overline{AB} \times \overline{BB_0}}\right)$$

$$\underline{\underline{\alpha^*}} = 90° - \cos^{-1}\left(\frac{1^2 + 0{,}877^2 - 0{,}996^2}{2 \times 1{,}3 \times 0{,}877}\right) \underline{\underline{= 19{,}926°}}$$

Die beiden Ablenkwinkel sind annähernd gleich groß, was typisch für Kurbelschwingen ist.