Inhaltsverzeichnis

1. Aufgabenstellung

Aufgabe 18

Das in Bild 1 dargestellte Gelenkviereck hat in der abgebildeten Getriebelage das Übersetzungsverhältnis $1/i = 2$. Im Gegensatz zum Getriebe der Aufgebe 17 wird in diesem Falle die Schwingbewegung nicht gleichsinnig, sonder gegensinnig übertragen, Es ist zu untersuchen, innerhalb welcher Bewegungsbereiche für φ und ψ übertragungsgünstige Verhältnisse vorliegen. Die Längen von a und c können dabei unter Berücksichtigung der eingezeichneten *Thales-Kreise* frei gewählt werden. Das Ergebnis ist in Diagrammform darzustellen.

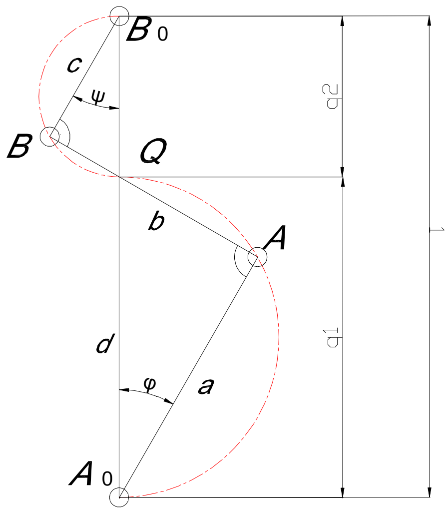


Bild 1. Gegenläufig übertragende Kurbelschwinge

2. Durchführung

Die schon gegebenen Parameter von dieser Aufgabe sind $d = q_1+q_2 = 1$ und $1/i = 2$.

Nach der Formel (1)[1]

$$1/i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{q_1}{q_2}, \qquad (1)$$

folgt

$$q_1 = 2/3 \approx 0{,}667;\ q_2 = 1/3 \approx 0{,}333.$$

b) Die Längen von a und c können dabei unter Berücksichtigung der eingezeichneten *Thales-Kreise* frei gewählt werden. Nach „*Satz des Thales*“[2] sind die Dreiecke ΔA_0AQ und ΔB_0BQ ähnlich. Damit ergibt sich

$$\frac{a}{c} = \frac{q_1}{q_2} = 2. \tag{2}$$

Mit $\varphi_{gewählt}$ = 30° folgt

$$a = q_1 \cdot \cos \varphi_{\text{gewählt}} = \frac{2}{3} \cdot \cos\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}577,$$

$$c = a/2 = \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0{,}289,$$

$$b = <\overline{AQ}>+<\overline{BQ}> = q_1 \cdot \sin \varphi_{\text{gewählt}} + q_2 \cdot \sin \varphi_{\text{gewählt}}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \sin\ 30° += \frac{1}{3} \cdot \sin\ 30° = ½ = 0{,}5.$$

c) Zusammenfassung der gegebenen und gewählten Parameter:

Übersetzungsverhältnis	$1/i = 2.$
Abstände des Relativpols	$q_1 = 2/3 \approx 0{,}667,$
	$q_2 = 1/3 \approx 0{,}333.$
Länge von Gelenkglied und Kurbel	$a = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}577,$
	$b = ½ = 0{,}5,$
	$c = \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0{,}289,$
	$d = 1.$

d) Die gesuchte Ergebnisse:

1) Bewegungsbereiche für φ und ψ
2) Der weitere Verlauf diese Übersetzungsverhältnis $1/i$ in Diagrammform darzustellen

3. Totlagenkonstruktion

Um der Bewegungsbereiche zu bestimmen, müssen zuerst die beiden Totlagenstellungen dieser gegensinnig übertragenden Kurbelschwinge gefunden werden. Und dabei werden die Totlagenwinkel φ_0 und ψ_0 ermittelt.

In diesem Kapitel wird die Analyse nach zwei Methoden (zeichnerische und rechnerische Analyse) vorgegangen.

3.1 Zeichnerische Analyse von Kurbelschwinge

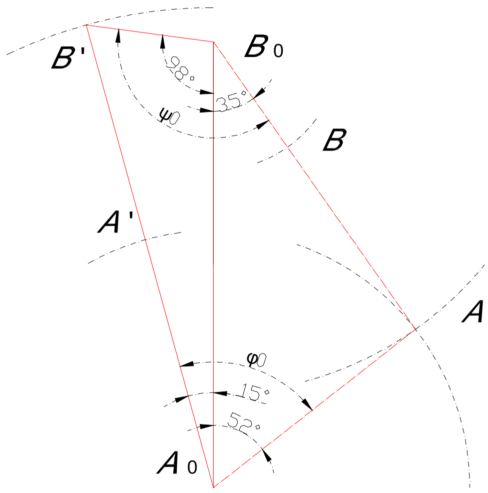


Bild 2. Totlagenkonstruktion

Bei vorgegebener Länge soll eine Kurbelschwinge für die zugeordneten Totlagenwinkel φ_0 und ψ_0 konstruiert werden, s. *Bild 2*. Beide zählen stets im gleichen Sinn, und zwar von der inneren zur äußeren Totlage.

Mittels der Software *AutoCAD 2008* kann das Schema dargestellt wird. Und der Abstände und der Winkelwert können auch einfach gemessen werden.

1) Die Kreise um A_0 und B_0 mit Radien $A_0A = a$ und $B_0A = b+c$ werden angetragen. Diese beiden Kreise schneiden sich im Punkt A.
2) $<AA_0B_0 = 52°$; $<AB_0A_0 = 35°$.
3) Die Kreise um A_0 und B_0 mit Radien $A_0B' = a+b$ und $B_0B' = c$ werden angetragen. Diese beiden Kreise schneiden sich im Punkt B'.
4) $<B_0A_0B' = 15°$; $<A_0B_0B' = 98°$.
5) $\varphi_0 = <AA_0B_0+<B_0A_0B' = 52°+15° = 67°$;

   $\psi_0 = <AB_0A_0+<A_0B_0B' = 35°+98° = 133°$

3.2 Berechnung zur Ermittlung der theoretischen Werte

a) Im Dreieck ΔAA_0B_0, s. *Bild 2.*

   Nach Kosinussatz

$$a^2 = b^2+c^2-2\cdot b\cdot c\cdot \cos\alpha \tag{3}$$

   folgt

$$\overline{AA_0}^2 = \overline{B_0A}^2+\overline{B_0A_0}^2-2\cdot\overline{B_0A}\cdot\overline{B_0A_0}\cdot\cos\,(<AB_0A_0),$$

$$\overline{B_0A}^2 = \overline{AA_0}^2+\overline{B_0A_0}^2-2\cdot\overline{AA_0}\cdot\overline{B_0A_0}\cdot\cos\,(<AA_0B_0),$$

$$\cos(\angle AB_0A_0) = \frac{\overline{B_0A}^2+\overline{B_0A_0}^2-\overline{AA_0}^2}{2\cdot\overline{B_0A}\cdot\overline{B_0A_0}} = \frac{(0,5+0,289)^2+1^2-0,577^2}{2\cdot(0,5+0,289)\cdot 1} = 0,817,$$

$$\cos(\angle AA_0B_0) = \frac{\overline{AA_0}^2+\overline{B_0A_0}^2-\overline{B_0A}^2}{2\cdot\overline{AA_0}\cdot\overline{B_0A_0}} = \frac{0,577^2+1^2-(0,5+0,289)^2}{2\cdot 0,577\cdot 1} = 0,617.$$

Damit ergibt sich

$$\angle AB_0A_0 = \cos^{-1} 0,817 = 35,19°,$$

$$\angle AA_0B_0 = \cos^{-1} 0,617 = 52,00°.$$

b) Im Dreieck $\Delta B'A_0B_0$

Die Berechnungsvorgehensweise von $\angle B_0A_0B'$ und $\angle A_0B_0B'$ ist ähnlich wie das im Dreieck ΔAA_0B_0. Damit ergibt sich für die Winkel $\angle A_0B_0B'$ und $\angle B_0A_0B'$

$$\begin{aligned}
\angle A_0B_0B' &= \cos^{-1}\frac{\overline{B_0B'}^2+\overline{B_0A_0}^2-\overline{B'A_0}^2}{2\cdot\overline{B_0B'}\cdot\overline{B_0A_0}},\\
&= \cos^{-1}\frac{0,289^2+1^2-(0,577+0,5)^2}{2\cdot 0,289\cdot 1},\\
&= 97,60°,\\
\angle B_0A_0B' &= \cos^{-1}\frac{\overline{A_0B'}^2+\overline{B_0A_0}^2-\overline{B'B_0}^2}{2\cdot\overline{A_0B'}\cdot\overline{B_0A_0}},\\
&= \cos^{-1}\frac{(0,577+0,5)^2+1^2-0,289^2}{2\cdot(0,577+0,5)\cdot 1},\\
&= 15,43°.
\end{aligned}$$

c) Im Vergleich zu den Ergebnissen der zeichnerischen Analyse sind die rechnerische Lösung und die zeichnerische Lösung fast identisch.

4. Das weitere Übersetzungsverhältnis

Im Kapitel 3 schon bestimmte Totlagewinkel sind $\varphi_0 = \angle AA_0B_0+\angle B_0A_0B' = 52°+15° = 67°$ und $\psi_0 = \angle AB_0A_0+\angle A_0B_0B' = 35°+98° = 133°$. Aus dem *Bild 2.* gezeigt es, dass $\angle AA_0B_0$ lieget auf der rechten Seite von $\overline{A_0B_0}$ und $\angle B_0A_0B'$ auf der linken Seite. Deshalb kann Antriebswinkel φ positive wie auch negative Werte annehmen. Positive Werte bedeuten φ auf der rechten Seite, negative Werte auf der linken Seite.

Der weitere Verlauf dieses Übersetzungsverhältnisses und entsprechenden Abtriebswinkels ψ ist in Diagrammform darzustellen für folgende Stellungen der Antriebskurbel φ = -15°, 0°, 15°, 30°, 45°.

In diesem Kapitel wird Antriebskurbel φ = 15° als Beispiel genommen und ähnlich wie Kapitel 3 nach zwei Methoden analysiert.

4.1 Zeichnerische Lösung

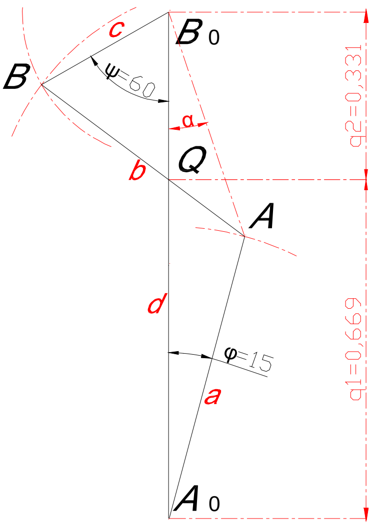


Bild 3. Weiteres Übersetzungsverhältnis

1) Der Antriebswinkel φ = 15° wird in A_0 an $\overline{A_0B_0}$ angetragen.
2) Der Kreis um A_0 mit Radien $\overline{A_0A} = a$ werden angetragen. Der Kreis und Antriebswinkelschenkel schneiden sich in A.
3) Die Kreise um A und B_0 mit Radien $\overline{AB}$ = b und $\overline{B_0B} = c$ werden angetragen. Diese beiden Kreise schneiden sich im Punkt B.
4) $\Psi = 60°$, $q_1 = 0{,}669$, $q_2 = 0{,}331$.

Damit ergibt sich

$$1/i = q_1/q_2 = 0{,}669/0{,}331 \approx 2{,}02.$$

4.2 Rechnerische Lösung

a) Punkte A und B_0 werden verbindet, s. *Bild 3.* Im Dreieck ΔA_0AB_0 mit $\overline{A_0A}$ = a = 0,577, $\overline{A_0B_0} = d = 1$ und φ = 15° nach Kosinussatz folgt

$$\begin{aligned}\overline{AB_0}^2 &= \overline{A_0A}^2+\overline{A_0B_0}^2-2\cdot\overline{A_0A}\cdot\overline{A_0B_0}\cdot\cos\varphi,\\ &= 0{,}577^2+1^2-2\cdot 0{,}577\cdot 1\cdot\cos 15°,\\ &= 0{,}218,\\ \overline{AB_0} &= 0{,}467.\end{aligned}$$

Dabei ist

$$\cos\alpha = \frac{\overline{AB_0}^2+\overline{A_0B_0}^2-\overline{A_0A}^2}{2\cdot\overline{AB_0}\cdot\overline{A_0B_0}},$$

$$= \frac{0{,}467^2+1^2-0{,}577^2}{2\cdot 0{,}467\cdot 1},$$

$$= 0{,}948,$$

$$\alpha = 18{,}6°.$$

b) Im Dreieck ΔAB_0B mit $\overline{AB}$ = b = 0,5, $\overline{B_0B} = c$ = 0,289 und $\overline{AB_0}$ = 0,467 auch nach Kosinussatz folgt

$$<AB_0B = 79°.$$

Damit ergibt sich für die Antriebswinkel

$$\Psi = <AB_0B - \alpha = 79° - 18{,}6° = 60{,}4°.$$

c) $\overline{B_0Q} = q_2$ ist die gemeinsam Seite von Dreieck ΔAB_0Q und ΔB_0BQ. Mittels Kosinussatz kann auch q_2 berechnet werden.

Zuerst wird das Gleichungssystem gründet,

$$\begin{cases} x^2=0{,}289^2+q_2^2-2\cdot 0{,}289\cdot q_2\cdot\cos 60{,}4° \\ y^2=0{,}467^2+q_2^2-2\cdot 0{,}467\cdot q_2\cdot\cos 18{,}6° \\ x+y=0{,}5 \end{cases}$$

($x = \overline{BQ}$, $y = \overline{AQ}$, $\overline{BQ}+\overline{AQ} = \overline{AB}$ = b = 0,5).

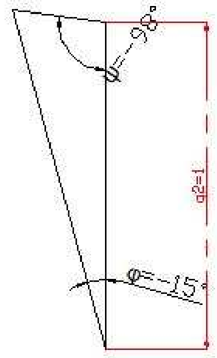
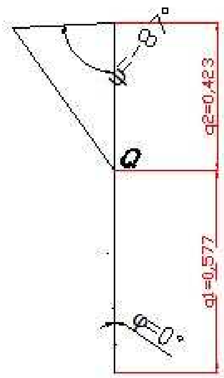
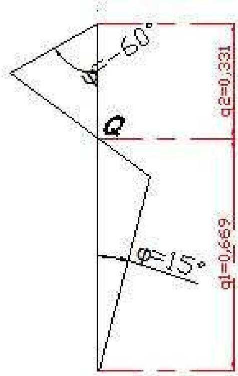
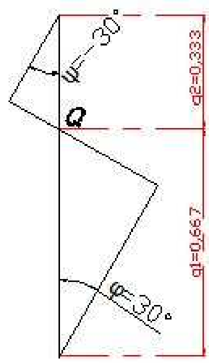
Mittels Software *Maple 11* wird dieses Gleichungssystem gelöst. Daraus folgt,

$$q_2 = 0{,}337,\ q_1 = 1 - q_2 = 0{,}663,$$

$$1/i = q_1/q_2 = 0{,}663/0{,}337 = 1{,}97.$$

5. Weiteres Übersetzungsverhältnis in Diagrammform darzustellen

Nach zeichnerischen und rechnerischen Methoden lassen sich weiteres Übersetzungsverhältnis und entsprechender Abtriebswinkel für verschiedene Stellungen bestimmen. Die Ergebnisse sind in Diagrammform darzustellen, s. *Diagramm 1*.

<table>
<tr><td rowspan="4">φ = -15°</td><td rowspan="4"></td><td>ψ</td><td>-98°</td></tr>
<tr><td>1/i</td><td>0</td></tr>
<tr><td>q_1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>q_2</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="4">φ = 0°</td><td rowspan="4"></td><td>ψ</td><td>-87°</td></tr>
<tr><td>1/i</td><td>1,36</td></tr>
<tr><td>q_1</td><td>0,577</td></tr>
<tr><td>q_2</td><td>0,423</td></tr>
<tr><td rowspan="4">φ = 15°</td><td rowspan="4"></td><td>ψ</td><td>-60°</td></tr>
<tr><td>1/i</td><td>2,02</td></tr>
<tr><td>q_1</td><td>0,669</td></tr>
<tr><td>q_2</td><td>0,331</td></tr>
<tr><td rowspan="4">φ = 30°</td><td rowspan="4"></td><td>ψ</td><td>-30°</td></tr>
<tr><td>1/i</td><td>2</td></tr>
<tr><td>q_1</td><td>0,667</td></tr>
<tr><td>q_2</td><td>0,333</td></tr>
</table>

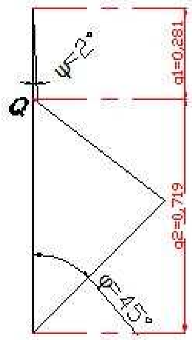
φ = 45°		$\boldsymbol{\psi}$	2°
		1/*i*	2,56
		q_1	0,281
		q_2	0,719

Diagramm 1. Weiteres Übersetzungsverhältnis